

Drugi parcijalni ispit iz Matematike I, 16.01.2013.

GRUPA A

1. Naći jednačinu tangente krive $y = x^{x^2}$ u tački $A(1,1)$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{x}{2x+3} e^{\frac{1}{x}}$.
3. Izračunati integral $\int \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx$.

GRUPA B

1. Naći jednačinu normale krive $y = (x^2 + 1)^x$ u tački $B(1,2)$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{2x+3}{x} e^{-\frac{1}{x}}$.
3. Izračunati integral $\int \frac{\ln \sin x}{\sin^2 x} dx$.

Pismeni dio ispita iz Matematike I, 24.01.2013.

GRUPA A

1. Izračunati x ako je u binomnom razvoju $\left(\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}} + x^{\log \sqrt{x}} \right)^9$ treći član jednak 360000.
2. Naći sve vrijednosti parametra m tako da su vektori $\vec{a} = (0, m, 1)$, $\vec{b} = (-1, -1, m+3)$, $\vec{c} = (m, 1+m, 1)$ linearno zavisni. Za dobijenu cjelobrojnu vrijednost parametra m izraziti vektor \vec{c} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{b} .
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = 2 \ln^3 x - 9 \ln^2 x + 12 \ln x$.
4. Izračunati integral $I = \int \frac{dx}{x^4 - x^3 - x + 1}$.

GRUPA B

1. Naći n ako se zna da je u razvoju $\left(\sqrt[4]{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \right)^n$ odnos petog člana sprijeda prema petom članu ozada jednak $\sqrt{6} : 1$.
2. Naći ravan koja na osama Ox i Oy ima odsječke redom 6 i 3 i okomita je na ravan $4x + y - 2z + 7 = 0$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \ln^3 x - 6 \ln^2 x + 9 \ln x$.
4. Izračunati integral $\int \frac{dx}{1 - x + x^3 - x^4}$.

GRUPA C

1. Naći brojeve a, b, n ako se zna da su prva tri sabirka u razvoju binoma $(a+b)^n$ jednaki redom 729, 7290 i 30375.
2. Naći jednačinu ravni koja je udaljena od koordinatnog početka za 6, a odsječci te ravni na x, y i z osi su u omjeru 1:2:3.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \ln^3 x + \ln^2 x - \ln x - 1$.
4. Izračunati integral $I = \int \frac{dx}{x^5 - x^4 - x + 1}$.

I GRUPA

1. a) Stepenovati (osloboditi se zagrade) $(z-i)^4$.
b) Riješiti jednačinu $z^4 - 4z^3i - 6z^2 + 4iz = 0$.
2. Naći ravan koja prolazi kroz tačku $A(-1, 2, 1)$ paralelno pravoj $a: \frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = -z$ i obrazuje ugao od 60° sa pravom $b: x = y, z = 0$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{x^2}{x^2 - 4} e^{\frac{1}{x}}$.
4. Izračunati integral $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^3 x}$.

II GRUPA

1. Riješiti jednačinu $\left(1 + \frac{1}{z}\right)^3 = -i$.
2. Naći koordinate tačke A koja leži na pravoj $a: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$ i jednako je udaljena od tačaka $B(3, 0, -2)$ i $C(-1, 1, 5)$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x} e^{\frac{1}{x}}$.
4. Izračunati integral $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^4 x}$.

III GRUPA

1. Riješiti jednačinu $z^3 + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{313} = 0$.
2. Naći tačku A koja leži na pravoj $a: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ i jednako je udaljena od tačke $B(0, 1, 1)$ i ravni $\alpha: 2x - y + 2z + 1 = 0$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{2x^2}{2x+1} e^{\frac{1}{x}}$.
4. Izračunati integral $\int \operatorname{tg}^6 x dx$.

Pismeni dio ispita iz Matematike I, 07.02.2013.

Grupa A

1. Diskutovati rang matrice $M = \begin{bmatrix} 1 & 10 & -6 & \lambda \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & \lambda & -1 & 2 \end{bmatrix}$ za razne vrijednosti parametra λ .

2. Dati su vrhovi paralelograma $ABCD$: $A(3, 0, 4), B(1, 2, 3), C(9, 6, 4)$.

a) Naći preostali vrh D i površinu paralelograma.

b) Na z -osi naći tačku S tako da je $ABCDS$ piramida zapremine 252.

3. Ispitati i nacrtati funkciju $y = (4x^2 + 3)e^{-x}$.

4. Izračunati integral $I = \int \frac{dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2})}$.

Grupa B

1. Diskutovati rang matrice $M = \begin{bmatrix} \lambda + 4 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda + 5 \\ 3 & 3 & \lambda + 7 & 3 \end{bmatrix}$ za razne vrijednosti parametra λ .

2. Vrhovi tetraedra $ABCD$ su: $A(2, 3, 1), B(4, 1, -2), C(6, 3, 7), D(-5, -4, x)$.

a) Odrediti nepoznatu koordinatu tačke D tako da tačke A, B, C i D budu komplanarne,

b) Odrediti nepoznatu koordinatu tačke D tako da visina H tetraedra povučena iz vrha D bude dugačka 11.

3. Ispitati funkciju $y = (-x - 2)e^{\frac{1}{x}}$ i nacrtati joj grafik.

4. Izračunati integral $I = \int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x^2}}$.

Grupa C

1. Diskutovati rang matrice $M = \begin{bmatrix} \lambda & \lambda - 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & \lambda & -1 \end{bmatrix}$ za razne vrijednosti parametra λ .

2. Odrediti sve vrijednosti parametra m tako da vektori

$\vec{a} = (2 - m, -1, -1), \vec{b} = (-3, 2 - m, 0), \vec{c} = (4, 2, 4 - m)$ budu linearno zavisni, pa za najveću

dobijenu vrijednost parametra m napisati vektor \vec{b} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{c} .

3. Ispitati funkciju $y = (2x - 3)e^{x^2}$ i nacrtati joj grafik.

4. Izračunati integral $\int \frac{dx}{(\sqrt[6]{x} + \sqrt[12]{x^5})^3}$.

Grupa D

1. Riješiti matricnu jednačinu $(A + 3I)(X - I) = B$, ako je $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -2 \\ 2 & 8 & 0 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix}$,

$$B = \begin{bmatrix} -3 & 21 & 1 \\ 2 & 50 & -2 \\ 1 & -22 & 0 \end{bmatrix}, I - \text{jedinična matrica.}$$

2. U zavisnosti od parametara a i m diskutovati odnos prave $p: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{a}$ prema ravni $\alpha: 2x + (a+2)y + z + m = 0$

3. Ispitati funkciju $y = \frac{x^3}{(x^2 - 1)^2}$ i nacrtati joj grafik.

4. Metodom parcijalne integracije izračunati integral: $\int (x^2 + x + 1) \cdot \sin^2 2x dx$.

Grupa E

1. Riješiti matricnu jednačinu $X^{-1}AB = B^{-1}A^{-1}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

2. U zavisnosti od parametara a i m diskutovati odnos dviju pravih $p: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{a}$ i

$$q: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{a+2} = \frac{z-m}{1}.$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati graf: $y = \frac{16}{x^3 - 4x^2}$.

4. Izračunati integral $\int x \cdot (\cos 6x \cdot \sin 2x \cdot \cos x) dx$.

(Uputa: Transformisati pod integralnu funkciju na oblik $\int x \cdot \cos(a \cdot x + b) dx$

ili $\int x \cdot \sin(a \cdot x + b) dx$, te metodom parcijalne integracije izračunati integral.)

Grupa F

1. Riješiti matricnu jednačinu $XA = A + 2X + I$, ako je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, a I je jedinična

matrica.

2. U zavisnosti od parametara a i m diskutovati odnos dviju ravni $\alpha: 2x + (a+2)y + z + m = 0$ i $\beta: -2x - y + az + 1 - 2a = 0$.

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{x^3}{5x^2 + 4}$.

4. Metodom parcijalne integracije izračunati integral: $\int (2x^2 - x + 1) \cdot \cos^2 2x dx$